Domácí úkol ze cvičení 10:

1. Z definice exponenciální funkce a funkce sinus jako součtu nekonečných řad

$$\exp(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!},\ x \in R \qquad \text{a} \qquad \sin x = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!},\ x \in R$$

ukažte, že $\lim\limits_{x \to \infty} e^x = +\infty$ a $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.

2. Užitím definice limity funkce ukažte (vyberte si aspoň jeden příklad) :

a) $\lim\limits_{x \to 2+} \sqrt{x-2} = 0$; b) $\lim\limits_{x \to 4} \sqrt{x} = 2$; c) $\lim\limits_{x \to 1} \frac{x-1}{x+1} = 0$; d) $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{1}{x^2} \sin x = 0$ e) $\lim\limits_{x \to +\infty} (x^2 + \sin x) = +\infty$.

3. Vypočítejte limity , nebo ukažte, že neexistují :

a) $\lim\limits_{x \to -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{1 - x^2}$; $\lim\limits_{x \to 1} \frac{x^2 + 4x - 5}{(x-1)^2}$;

b) $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{2x}{3 - x^2}$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{2x^3}{3 - x^2}$;

c) $\lim\limits_{x \to +\infty} (\sqrt{x^2+1} - x)$; $\lim\limits_{x \to -\infty} (\sqrt{x^2+1} - x)$; $\lim\limits_{x \to +\infty} x(\sqrt{x^2+1} - x)$; $\lim\limits_{x \to -\infty} x(\sqrt{x^2+1} - x)$.